POLJOPRIVREDNA TEHNIKA
✧
Godina XXX
Broj 1, decembar 2005.
Strane: 119 - 122

Poljoprivredni fakultet
Institut za poljoprivrednu tehniku

UDK: 338.434

Originalan naučni rad
Original scientific paper

NELINEARAN MODEL RASTA FIKSNOG KAPITALA U POLJOPRIVREDI

Vesna D. Jablanović
Poljoprivredni fakultet - Beograd

Sadržaj: Osnovni cilj ovog rada je da postavi nelinearan model rasta fiksnog kapitala u poljoprivredi. Ovaj rad sugeriše zaključak o upotrebi modela rasta fiksnog kapitala radi predviđanja fluktuacija fiksnog kapitala u poljoprivredi. Model se zasniva na specificiranim vrednostima sledećih parametara: γ - kapitalnog koeficijenta, α - stope amortizacije, β - prosečne sklonosti potrošnji, i početnoj vrednosti fiksnog kapitala u poljoprivredi, k_0. Ovaj model ukazuje na teškoće u predviđanju dugoročnog ponašanja fiksnog kapitala u poljoprivredi.

Nelinearan model fiksnog kapitala u poljoprivredi sadrži i haotična rešenja. Ova rešenja ukazuju na iregularno kretanje fiksnog kapitala u poljoprivredi tokom privrednog ciklusa.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta}$ igra suštinsku ulogu u objašnjenju stabilnosti fiksnog kapitala u poljoprivredi.

Ključne reči: *fiksni kapital, kapitalni koeficijent, amortizacija , haos.*

UVOD

Teorija haosa se koristi da bi dokazala da se haotične fluktuacije mogu pojaviti u potpuno determinističkim modelima. Teorija haosa otkriva strukturu u aperiodičnim, dinamičkim sistemima. Brojni nelinearni modeli privrednih ciklusa koriste teoriju haosa da bi objasnile kompleksno kretanje ekonomije.

Haotični sistemi pokazuju senzitivnu zavisnost od početnih uslova: naizgled neznačajne promene početnih uslova stvaraju velike razlike u outputu. To se veoma razlikuje od stabilnih dinamičkih sistema u kojima mala promena jedne varijable proizvodi malu i lako merljivu sistematsku promenu. Teorija haosa je startovala sa Lorenz-ovim (1963) otkrićem kompleksne dinamike koja se javlja u sistemu tri nelinearne diferencijalne jednačine i vodi ka turbulenciji u vremenskom sistemu. Li i Yorke (1975) su otkrili da jednostavna logistička kriva može pokazati veoma kompleksno ponašanje. Dalje, May (1976) je opisao haos u populacionoj biologiji. Teoriju haosa su u ekonomiji primenili Benhabib i Day (1981,1982), Day (1982, 1983), Grandmont (1985), Goodwin (1990), Medio (1993), Lorenz (1993), između ostalih.

MODEL

Iregularno kretanje društvenog proizvoda u poljoprivredi (Y) se može analizirati u formalnom okviru haotičnog modela rasta. Društveni proizvod u poljoprivredi (Y_t) se sastoji od amortizacije (Am) , investicija u poljoprivredi (I_t) i neproizvodne potrošnje u poljoprivredi (C_t)

$$Y_t = Am + I_t + C_t \tag{1}$$

Kretnja amortizacije kapitala u poljoprivredi (Am) je opisano sledećom jednačinom

$$Am = \alpha K_{t-1} \tag{2}$$

α – stopa amortizacije, K_{t-1} kapital u poljoprivredi u periodu t-1,

Investicije u poljoprivredi (I) znače porast kapitala (Δ K) , tj.

$$I = \Delta K = K_t - K_{t-1} \tag{3}$$

Potrošnja u poljoprivredi, (C_t), je proporcionalna društvenom proizvodu, (Y_t) ,

$$C_t = \beta Y_t \tag{4}$$

gde je β prosečna sklonost potrošnji.

Supstitucijom (4), (3) i (2) u (1) dobijamo

$$Y_t = \alpha K_{t-1} + K_t - K_{t-1} + \beta Y_t \tag{5}$$

Pretpostavlja se da je prosečni kapitalni koeficijent u poljoprivredi, (γ), koji pokazuje odnos između kapitala u poljoprivredi (K) i društvenog proizvoda u poljoprivredi (Y) konstantan

$$\gamma = K / Y \tag{6}$$

tada supstitucijom (6) u (5) i preuređenjem dobijamo diferencnu jednačinu

$$K_t = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} K_{t-1} - \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} K_{t-1}^2 \tag{7}$$

Dalje, pretpostavlja se da je tekuća vrednost kapital u poljoprivredi, (K), ograničena svojom maksimalnom vrednošću u vremenskoj seriji, (K^m). Ova pretpostavka zahteva modifikaciju zakona rasta. Sada, stopa rasta kapitala u poljoprivredi, (K), zavisi od koeficijenta k , pri čemu se $k = K/K^m$ kreće između 0 i 1. Najzad, stopa rasta kapitala u poljoprivredi se prikazuje na sledeći način

$$k_t = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_{t-1} - \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_{t-1}^2 \tag{8}$$

Ovaj model koji je zadat jednačinom (8) se naziva logistički model. Za veći broj vrednosti parametara α, β i γ ne postoji eksplicitno rešenje za (8). Naime, uz zadate vrednosti parametara α, β i γ i početne vrednosti k_0 ne bi bilo dovoljno da se predvidi vrednost varijable k_t što je suština prisustva haosa u determinističkim feedback - procesima. Lorenz (1963) je otkrio ovaj efekat – nedostatak predvidljivosti u determinističkim sistemima. Senzitivna zavisnost od inicijalnih uslova je jedan od suštinskih sastojaka onoga što se zove deterministički haos.

Moguće je pokazati da su iteracije logističke jednačine

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) \qquad z_t \in [0,1] \tag{9}$$

ekvivalentne iteracijama modela rasta (8) kada koristimo sledeću identifikaciju

$$z_t = \alpha \quad k_t \qquad \text{and} \qquad \pi = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} \tag{10}$$

Korišćenjem (9) i (7) dobijamo

$$z_{t+1} = \alpha\, k_{t+1} = \alpha\, [\; \frac{\gamma}{\gamma-1+\beta} k_t - \frac{\alpha\gamma}{\gamma-1+\beta} k_t^2 \;] = \frac{\alpha \quad \gamma}{\gamma-1+\beta} k_t - \frac{\alpha^2 \gamma}{\gamma-1+\beta} k_t^2$$

Sa druge strane, korišćenjem (8) i (9) dobijamo

$$z_{t+1} = \pi\, z_t\, (1 - z_t) = \frac{\gamma}{\gamma-1+\beta}\; \alpha\, k_t\, (\, 1\text{-}\alpha\, k_t\,) = \frac{\alpha \quad \gamma}{\gamma-1+\beta} k_t - \frac{\alpha^2 \gamma}{\gamma-1+\beta} k_t^2$$

Tako, pokazali smo da su iteracije jednačine $k_t = \frac{\gamma}{\gamma-1+\beta} k_{t-1} - \frac{\alpha\gamma}{\gamma-1+\beta} k_{t-1}^2$ ekvivalentne iteracijama logističke jednačine, $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$ korišćenjem $z_t = \alpha \quad k_t$ i $\pi = \frac{\gamma}{\gamma-1+\beta}$. To je značajno s obzirom da su dinamička svojstva logističke jednačine (9) bila detaljno analizirana. (Li i Yorke (1975), May (1976)).

Dobijeno je da : (i) Za vrednosti parametara $0 < \pi < 1$ sva rešenja će konvergirati ka $z = 0$; (ii) Za $1 < \pi < 3{,}57$ postoje fiksne tačke čiji broj zavisi od π; (iii) Za $1 < \pi < 2$ sva rešenja se monotono povećavaju ka $z = (\pi - 1) / \pi$; (iv) Za $2 < \pi < 3$ fluktuacije će konvergirati ka $z = (\pi - 1) / \pi$; (v) Za $3 < \pi < 4$ sva rešenja će neprekidno fluktuirati; (vi) Za $3{,}57 < \pi < 4$ rešenje postaje »haotično« što znači da postoji potpuno aperiodično rešenje ili periodično rešenje sa veoma velikom, komplikovanom periodom. To znači da staza z_t fluktuira na naizgled slučajan način tokom vremena, ne smirujući se u ma kakav regularan obrazac.

ZAKLJUČAK

Ovaj rad sugeriše zaključak u korist upotrebe haotičnog modela rasta fiksnog kapitala u poljoprivredi radi predviđanja fluktuacija kapitala u poljoprivredi. Model (8) se zasniva na specificiranim parametrima α, β i γ i početnoj vrednosti kapitala u poljoprivredi, k_0.

Čak i malo odstupanje od zadatih vrednosti parametara α, β i γ i početne vrednosti fiksnog kapitala u poljoprivredi, k_0, pokazuje da je teško predviđati dugoročno ponašanje fiksnog kapitala u poljoprivredi.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji na koeficijent $\pi = \frac{\gamma}{\gamma-1+\beta}$ ima suštinsku ulogu u objašnjenju ekonomske stabilnosti, pri čemu je α – stopa amortizacije, β – prosečna sklonost potrošnji, γ – prosečni kapitalni koeficijent.

LITERATURA

[1] Benhabib, J., Day, R.H. (1981): Rational Choice and Erratic Behaviour, Review of Economic Studies 48: 459-471.
[2] Benhabib, J., Day, R.H. (1982): Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generation Model, Journal of Economic Dynamics and Control 4: 37-55.
[3] Benhabib, J., Nishimura, K. (1985): Competitive Equilibrium Cycles, Journal of Economic Theory 35: 284-306.
[4] Day, R.H. (1982): Irregular Growth Cycles, American Economic Review 72: 406-414.
[5] Day, R.H. (1983): The Emergence of Chaos from Classica Economic Growth, Quarterly Journal of Economics 98: 200-213.
[6] Goodwin, R.M. (1990): Chaotic Economic Dynamics, Clarendon Press, Oxford.
[7] Grandmont, J.M. (1985): On Enodgenous Competitive Business Cycles, Econometrica 53: 994-1045.
[8] Kelsey, David (1988): The Economics Of Chaos Or The Chaos Of Economics, Oxford Economic Papers; Mar 1988; 40, 1; ProQuest Social Science Journals.
[9] Li, T., Yorke, J. (1975): Period Three Implies Chaos, American Mathematical Monthly 8: 985-992.
[10] Lorenz, E.N. (1963): Deterministic nonperiodic flow, Journal of Atmospheric Sciences 20: 130-141.
[11] Lorenz, H.W. (1993): Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion, 2nd edition, Springer-Verlag, Heidelberg.
[12] May, R.M. (1976): Mathematical Models with Very Complicated Dynamics, Nature 261: 459-467.
[13] Medio, A. (1993): Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics, Cambridge University Press, Cambridge.
[14] Rössler, O.E. (1976): An equation for continuous chaos, Phys. Lett. 57A: 397-398.
[15] Tu, P.N.V. (1994): Dynamical Systems, Springer - Verlag.

A NONLINEAR FIXED CAPITAL GROWTH MODEL IN AGRICULTURE

Vesna D. Jablanović

Faculty of Agriculture - Belgrade

Abstract: The basic aim of this paper is to set up a nonlinear fixed capital growth model in agriculture. This paper suggests conclusion for the use of the fixed capital growth model in agriculture in predicting the fluctuations of fixed capital. The model has to rely on specified parameters: γ - capital coefficient, α – rate of depreciation, β - average propensity to consume, and initial value of fixed capital in agriculture k_0. This model shows the difficulty of predicting a long-term movement of fixed capital in agriculture.

The nonlinear model shows up chaotic solutions. A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient $\pi = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta}$ plays a crucial role in explaining stability of fixed capital in agriculture.

***Key words**: fixed capital, capital coefficient, depreciation, chaos.*