POLJOPRIVREDNA TEHNIKA
✧
Godina XXXV
Broj 4, decembar 2010.
Strane: 81 - 85

Poljoprivredni fakultet
Institut za poljoprivrednu tehniku

UDK: 631.4

HAOTIČNI MODEL RASTA STOPE FIKSNIH INVESTICIJA U PROIZVODNJI KOMBAJNA

Vesna D. Jablanović

Poljoprivredni fakultet u Beogradu

Sadržaj: Teorija haosa, kao skup ideja, pokušava da osvetli strukturu aperiodičnih, nepredvidivih, dinamičkih sistema. Haos uključuje tri značajna principa (i) ekstremna senzitivnost na promenu početnih; (ii) uzrok i posledica nisu proporcionalni; i (iii) nelinearnost.

Osnovni cilj rada je prikazivanje relativno jednostavnog modela rasta stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna koji ima mogućnost generisanja stabilne ravnoteže, ciklusa i haosa , što zavisi od vrednosti parametara.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = \gamma + 1$ ima značajnu ulogu u objašnjavanju lokalne stabilnosti stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna , pri čemu je γ – odgovarajući parametar.

Ključne reči: *haos, proizvodnja kombajna, stopa fiksnih investicija.*

UVOD

Teorija haosa se koristi da bi se dokazalo da se haotične fluktuacije mogu javiti u kompletno dinamičkim modelima. Haotični sistemi pokazuju senzitivnu zavisnost od početnih uslova: naizgled beznačajne promene početnih uslova proizvode velike razlike outputa. Ovo se veoma razlikuje od stabilnih dinamičkih sistema u kojima mala promena jedne varijable proizvodi malu i lako merljivu sistematičnu promenu.

Teorija haosa počinje sa Lorenz-ovim (1963) otkrićem kompleksne dinamike koja se javlja od tri nelinearne diferencijalne jednačine vodeći ka turbulenciji vremena.. Li i Yorke (1975) su otkrili da jednostavna logistička kriva može pokazati veoma kompleksno ponašanje. Dalje, May (1976) opisuje haos u populacionoj biologiji. Teoriju haosa su primenili u ekonomiji Benhabib i Day (1981,1982), Day (1982, 1983,1997,), Grandmont (1985), Goodwin (1990), Medio (1993,1996), Medio, A. i Lines, M (2004), Lorenz (1993), Shone, R.(1999), Jablanović (2010), između ostalih.

Osnovni cilj rada je prikazivanje relativno jednostavnog modela rasta stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna koji ima mogućnost generisanja stabilne ravnoteže, ciklusa i haosa , što zavisi od vrednosti parametara.

MODEL

Stopa fiksnih investicija u proizvodnji kombajna predstavlja odnos između fiksnih investicija (I_f) i dohotka (Y) u proizvodnji kombajna . Odnosno,

$$i_f = \frac{I_f}{Y} \tag{1}$$

pri čemu , I_f označava fiksne investicije u proizvodnji kombajna, dok Y označava dohodak u proizvodnji kombajna.

Dalje, pretpostavlja se da stopa fiksnih investicija u proizvodnji kombajna nije konstantna.

Indeksira se i_f sa t, tj., i_{ft} označava vreme t=0,1,2,3,...Dalje, stopa rasta stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna korespondira sledećem izrazu:

$$\frac{i_{ft+1} - i_{ft}}{i_{ft}} \tag{2}$$

Postulira se da stopa rasta u vremenu t treba biti proporcionalna izrazu $1 - i_{ft}$. Odnosno, nakon uvođenja određenog parametra γ:

$$\frac{i_{ft+1} - i_{ft}}{i_{ft}} = \gamma\ (\ 1 - a_t\ ) \tag{3}$$

Rešavanje poslednje jednačine donosi model rasta stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna, tj.,

$$i_{ft+1} = i_{ft} + \gamma\ i_{ft}\ (\ 1 - i_{ft}\ ) \tag{4}$$

Model koji je prikazan jednačinom (4) se naziva logisitički model. Za većinu izbora γ , ne postoji eksplicitno rešenje za (4). Naime, poznavajući γ i mereći i_{f0} ne bi bilo dovoljno da se predvidi i_{ft} za ma koju tačku vremena, kao što je ranije bilo moguće. Ovo je suština prisustva haosa u determinističkim feedback procesima. Lorenz (1963) je otkrio ovaj efekat – nedostatak predvidivosti u determinističkim sistemima. Senzitivna zavisnost je jedan od centralnih elemenata determinističkog haosa.

Ova vrsta diferencne jednačine (4) može dovesti do veoma interesantnog dinamičkog ponašanja, kao što su ciklusi koji se ponavljaju periodično, odnosno, haos u kome ne postoji regularno ponašanje i_{ft}. Ova diferencna jednačina (4) poseduje haotičan region koga karakteriše : prvo, kada je data početna tačka i_{f0} , tada je rešenje veoma senzitivno na promene parametra γ ; drugo, kada je dat parametar γ , tada je rešenje veoma senzitivno na promene početne tačke i_{f0}. U oba slučaja, ova dva rešenja su u pročetnim periodima veoma bliska, ali se kasnije oni ponašaju na haotičan način.

LOGISTIČKA JEDNAČINA

Logistička jednačina se često navodi kao primer kako se kompleksno, haotično ponašanje može pojaviti na osnovu veoma jednostavne nelinearne dinamične jednačine. Ovu jednačinu je popularisao Robert May (1976). Logistički model je Pierre François Verhulst koristio kao demografski model.

Moguće je pokazati da je proces iteracije logističke jednačine :

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t), \quad \pi \in [0, 4], \quad z_t \in [0, 1] \tag{5}$$

ekvivalentan iteracijama modela rasta (4) kada se koristi sledeća identifikacija :

$$z_t = \frac{\gamma}{\gamma+1} i_{ft} \quad \text{i} \quad \pi = \gamma + 1 \tag{6}$$

Upotrebom (6) i (4) dobija se :

$$z_{t+1} = \frac{\gamma}{\gamma+1} i_{ft+1} = \frac{\gamma}{\gamma+1} [i_{ft} + \gamma\ i_{ft} (1 - i_{ft})] = \gamma i_{ft} - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} i^2_{ft}$$

Upotrebom (5) i (6) dobija se:

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) = (\gamma + 1) \frac{\gamma}{\gamma+1} i_{ft} \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma+1} i_{ft}\right)$$

$$= \gamma i_{ft} - \frac{\gamma^2}{\gamma+1} i^2_{ft}$$

Tako se dokazalo da su iteracije $i_{ft+1} = i_{ft} + \gamma\ i_{ft} (1 - i_{ft})$ identične $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$ upotrebom $z_t = \frac{\gamma}{\gamma+1} i_{ft}$ i $\pi = \gamma + 1$. To je značajno zato što su se dinamička svojstva logističke jednačine (5) detaljno (Li and Yorke (1975), May (1976)).

Pokazano je da :

(i) Za vrednosti parametra $0 < \pi < 1$ sva rešenja će konvergirati ka $z = 0$;
(ii) Za $1 < \pi < 3{,}57$ postoje fiksne tačke čiji broj zavisi od π;
(iii) Za $1 < \pi < 2$ sva rešenja će monotono rasti ka $z = (\pi - 1) / \pi$;
(iv) Za $2 < \pi < 3$ fluktuacije će konvergirati ka $z = (\pi - 1) / \pi$;
(v) Za $3 < \pi < 4$ sva rešenja će neprekidno fluktuirati ;
(vi) Za $3{,}57 < \pi < 4$ rešenje postaje »haotično« što znači da postoje potpuno aperiodično rešenje ili periodična rešenja sa veoma velikom i komplikovanom periodom. To znači da staza z_t fluktuira na naizgled slučajan način tokom vremena.

ZAKLJUČAK

Ovaj rad sugeriše zaključak u korist upotrebe modela rasta stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna. Model (4) se oslanja na parametar γ i početnu vrednost stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna, i_{f0}. Ali mala promena vrednosti parametra γ i stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna, i_{f0}, otežava predviđanje dugoročnog kretanja ove stope fiksnih investicija.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = \gamma+1$ igra značaju ulogu u određenje lokalne stabilnosti stope fiksnih investicija u proizvodnji kombajna, pri čemu je γ određeni parametar.

LITERATURA

[1] B e n h a b i b, J., D a y, R.H. (1981) Rational Choice and Erratic Behaviour, *Review of Economic Studies 48* : 459-471

[2] B e n h a b i b, J., D a y, R.H. (1982) Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generation Model, *Journal of Economic Dynamics and Control 4:* 37-55

[3] B e n h a b i b, J., N i s h i m u r a , K. (1985) Competitive Equilibrium Cycles, *Journal of Economic Theory 35:* 284-306

[4] 4. D a y , R.H.,(1982) Irregular Growth Cycles, *American Economic Review 72:* 406-414

[5] D a y , R.H. (1983) The Emergence of Chaos from Classica Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics 98:* 200-213

[6] G o o d w i n , R.M.(1990) *Chaotic Economic Dynamics*, Clarendon Press , Oxford

[7] G r a n d m o n t, J.M.(1985) On Enodgenous Competitive Business Cycles, *Econometrica 53:* 994-1045

[8] K e l s e y , David (1988)The Economics Of Chaos Or The Chaos Of Economics, *Oxford Economic Papers;* Mar 1988; 40, 1; ProQuest Social Science Journals

[9] L i , T., Y o r k e , J. (1975) Period Three Implies Chaos, *American Mathematical Monthly 8*: 985-992

[10] L o r e n z , E.N. (1963) Deterministic nonperiodic flow , *Journal of Atmospheric Sciences 20:* 130-141

[11] L o r e n z , H.W. (1993) *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion,* 2nd edition, Springer-Verlag, Heidelberg

[12] M a y , R.M. (1976) Mathematical Models with Very Complicated Dynamics, *Nature 261:* 459-467

[13] M e d i o , A.(1993) Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics, Cambridge University Press, Cambridge

[14] R ö s s l e r , O.E. (1976) An equation for continuous chaos, *Phys.Lett. 57A:*. 397-398

[15] 15. T u , P.N.V. (1994) *Dynamical Systems,* Springer - Verlag.

A CHAOTIC FIXED INVESTMENT RATE GROWTH MODEL IN THE COMBINE PRODUCTION

Vesna D. Jablanović

Faculty of Agriculture, Belgrade

Abstract: Chaos theory, as a set of ideas, attempts to reveal structure in aperiodic, unpredictable dynamic systems. Chaos embodies three important principles: (i) extreme sensitivity to initial conditions; (ii) cause and effect are not proportional; and (iii) nonlinearity.

The basic aim of this paper is to provide a relatively simple the fixed investment rate growth model in the combine production that is capable of generating stable equilibrium, cycles, or chaos depending on parameter values.

A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient $\pi = \gamma + 1$ plays a crucial role in explaining local stability of the fixed investment rate in the combine production, where γ is a suitable parameter.

***Key words**: chaos, combine production, fixed investment rate.*